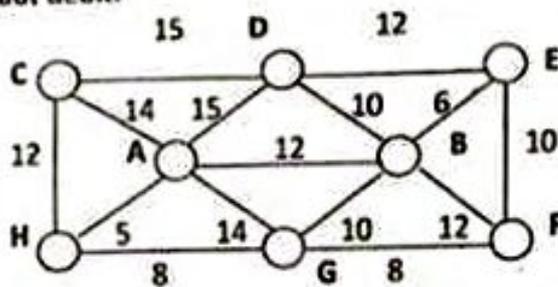


**EMD Théorie des graphes**

**Exercice 1 : (6 pts)**

Le graphe G suivant représente 8 villes d'un même pays que l'on désire connecter à l'aide d'un réseau Internet à très haut débit.

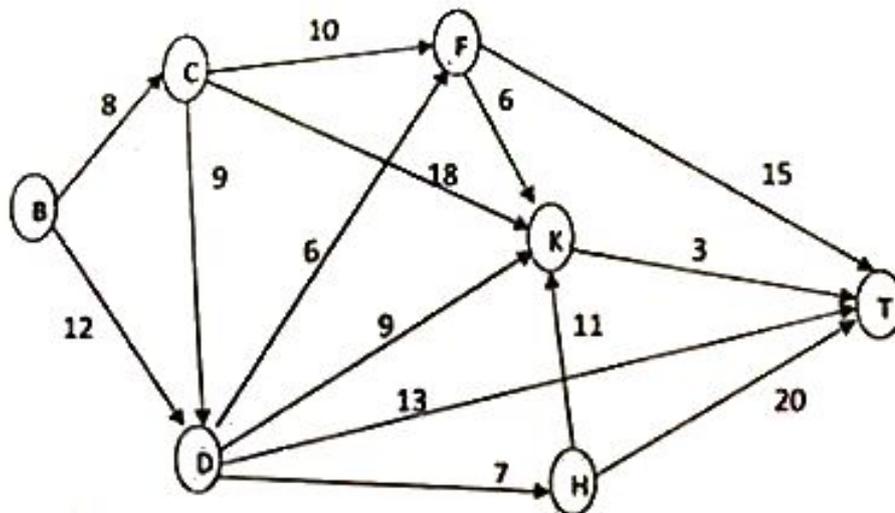


Les arêtes représentent des connexions possibles entre ces villes. Les poids des arêtes indiquent les distances des connexions (en dizaine de kilomètres) entre deux villes. Les coûts d'installation du réseau sont proportionnels aux distances entre les villes.

- 1/ Déterminer, à l'aide de l'algorithme de Kruskal, un arbre minimisant le coût total de l'installation.
- 2/ Justifier que l'arbre obtenu est bien minimal et maximal au sens des propriétés caractérisant un arbre.

**Exercice 2 : (7 pts)**

Un groupe de touristes est logé dans un hôtel noté B. Un guide fait visiter à ce groupe six sites touristiques notés C, D, F, K, H et T. Les tronçons de route qu'il peut emprunter sont représentés sur le graphe G ci-dessous.

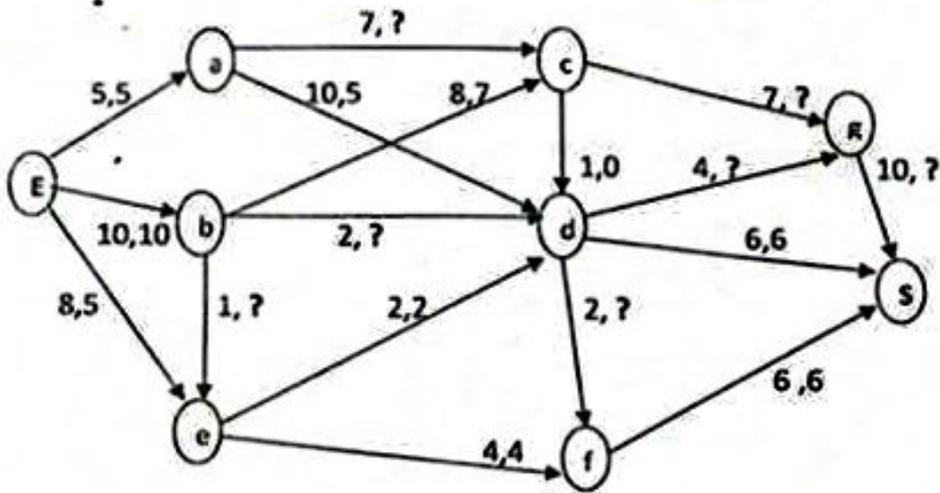


Le long de chaque arc figure la distance en kilomètres des différents tronçons.

- 1- Appliquer l'algorithme de Dijkstra pour déterminer l'arborescence des plus courts chemins issue du sommet B et en déduire le plus court chemin menant de l'hôtel B au site T.
- 2/ Considérer maintenant le graphe G comme non orienté et dites si :
  - a) A partir de l'hôtel, le guide peut-il emprunter tous les tronçons de route en passant une et une seule fois sur chacun d'eux ? Justifier la réponse. Si oui donner ce parcours.
  - b) Même question s'il doit obligatoirement terminer son circuit à l'hôtel.

**Exercice 3 : (7 pts)**

Avant d'établir un projet de construction d'autoroute, une entreprise étudie la capacité du réseau routier, représenté par le graphe ci-dessous, reliant la ville E à la ville S. Pour cela, elle a évalué le nombre maximum de véhicules qui peuvent passer par une route par heure. Ces évaluations (capacité) sont données en centaine de véhicules par heure.



- 1/ compléter le flot initial donné sur le graphe et quel est la valeur de ce flot.
- 2/ Est-ce que ce flot initial est maximal ? Justifier. Sinon En utilisant le flot initial précédent comme flot de départ pour l'algorithme de Ford Fulkerson calculer le débit (flot) horaire maximal de véhicules susceptibles de s'écouler entre les villes E et S ?
- 3/ Calculer et tracer la coupe de capacité minimale du réseau et comparer la valeur de celle-ci à la valeur du flot maximal circulant entre E et S. Qu'en déduisez-vous ?

**Exercice 4 (Bonus) : (2 pts)**

Représentez le graphe PERT des tâches d'un projet liées par les contraintes suivantes :

Taches	Prédécesseurs	Durée en semaines
A	-	6
B	-	2
C	-	3
D	A	5
E	B	4
F	C	6
G	D	2
H	A, E	8
I	B, F	6
J	G, H, I	3

Bonne chance.